

Clasa a V -a

SUBIECTUL I

a) Dan vorbește mult în timpul orei. Profesorul îi dă de lucru. Trebuie să înmulțească fiecare dintre numerele  $a, b, c$  cu suma celorlalte două și să adune rezultatele. După 5 minute Dan spune că a obținut 385 773. Demonstrați că a greșit, deși nu știți rezultatele.

b) În pătratul **magic** din figura alăturată completați căsuțele cu toate cifrele nenule din baza 10, astfel încât suma numerelor de pe fiecare linie, coloană și diagonală să fie 15.

	9	*
7		
		8

Barem de corectură și evaluare

Din oficiu .....(1p)

- a) – Dacă  $a, b, c$  sunt simultan numere naturale impare sau pare, atunci numerele  $b + c, a + c$  și  $a + b$  sunt simultan pare - nu convine. ....(1p)  
 – Dacă exact unul dintre numere, de exemplu,  $a$  este par, atunci  $a(b + c)$  este par, iar  $b(a + c)$  și  $c(a + b)$  sunt impare, deci  $a(b + c) + b(a + c) + c(a + b) = \text{par}$ , nu convine. ....(1p)  
 – Dacă exact două dintre numere sunt pare, de exemplu  $a$  și  $b$ , atunci  $a(b + c), b(a + c)$  și  $c(a + b)$  sunt pare - nu convine. ....(1p)  
 Deci fără a ști valorile numerelor  $a, b, c$  am decis că Dan a greșit socotelile. ....(1p)

b) Notăm cu  $x$  numărul din centrul pătratului.  
 Putem completa pătratul ca în figura alăturată.  
 Observăm că  $x < 6$  și  $x > 1$ .

Deci  $x$  poate lua valorile: 2, 3, 4 sau 5. ....(1p)

$7 - x$	9	$x - 1$
7	$x$	$8 - x$
$x + 1$	$6 - x$	8

Completăm tabelul în fiecare caz.

5	9	1
7	2	6
3	4	8

$3 + 2 + 1 = 6$ ,  
nu convine

4	9	2
7	3	5
4	3	8

$2 + 3 + 4 = 9$ ,  
nu convine

3	9	3
7	4	4
5	2	8

$5 + 4 + 3 = 12$ ,  
nu convine

2	9	4
7	5	3
6	1	8

soluție

.....(1p)

SUBIECTUL II

- a) Există un număr **interesant** format din cinci cifre. Cu o cifră de 1 după el, este de trei ori mai mare decât cu o cifră de 1 plasată înaintea lui. Care este acest număr atât de **interesant**?  
 b) Adăugați la numărul **interesant** obținut la punctul a) câteva cifre astfel încât să obțineți un număr **miraculos** care are 8 cifre distincte două câte două, cu suma primelor 4 cifre egală cu suma ultimelor 4 cifre, apoi scrieți toate numerele miraculoase posibile.

Barem de corectură și evaluare

Din oficiu .....(1p)

a) Fie  $\overline{abcde}$  numărul **interesant**. Avem relația  $\overline{abcde1} = 3 \cdot \overline{abcde}$ , de unde:

$$\overline{abcde} \cdot 10 + 1 = 3 \cdot (100000 + \overline{abcde}) \Leftrightarrow \dots \dots \dots (1p)$$

$$7 \cdot \overline{abcde} = 299999, \text{ de unde } \overline{abcde} = 42857. \text{ Numărul căutat este } 42857. \dots \dots \dots (1p)$$

b) Suma primelor 4 cifre ale numărului miraculos este egală cu  $4 + 2 + 8 + 5 = 19$ .  $\dots \dots \dots (1p)$

Trebuie să determinăm cifrele  $x, y, z$  cu  $7 + x + y + z = 19$  și  $x \neq y \neq z \neq x$ , iar  $x, y, z$  să ia valorile 0, 1, 3, 6 sau 9.  $\dots \dots \dots (1p)$

$x, y, z$  pot lua doar valorile 9, 3, 0 nu neapărat în această ordine.

Avem numerele miraculoase: 42857930; 42857903; 42857309; 42857390; 42857039 și 42857093.  $\dots (2p)$

### SUBIECTUL III

Să se determine cifrele  $a, b, c$  din egalitatea:  $2 \cdot \overline{ab} + \overline{bc}^2 = \overline{abc} + \overline{bc}2$ , numerele fiind scrise în baza zece.

#### Barem de corectură și evaluare

Din oficiu  $\dots \dots \dots (1p)$

$$\text{Avem } 2 \cdot \overline{ab} + \overline{bc}^2 = \overline{abc} + \overline{bc}2 \Leftrightarrow \overline{abc} - 2 \cdot \overline{ab} = \overline{bc}^2 - \overline{bc}2 \Leftrightarrow 8 \cdot \overline{ab} + c + 2 = \overline{bc}(\overline{bc} - 10). \text{ (1)} \dots \dots \dots (1p)$$

Însă  $8 \cdot \overline{ab} + c + 2 \leq 99 \cdot 8 + 9 + 2 \leq 803$ , de unde  $\overline{bc}(\overline{bc} - 10) \leq 803$ , deci  $b \leq 3$ .  $\dots \dots \dots (1p)$

Dacă  $b = 3$ , din (1) se obține  $8 \cdot \overline{a3} + c + 2 = \overline{3c} \cdot \overline{2c}$ .

$$U(8 \cdot \overline{a3} + c + 2) \neq U(\overline{3c} \cdot \overline{2c}) \text{ dacă } c \text{ ia valorile: } 0, 1, 2, 4, 5, 6, 7 \text{ și } 9. \dots \dots \dots (1p)$$

$$c = 3 \text{ implică } 8 \cdot \overline{a3} + 5 = 33 \cdot 23 \Leftrightarrow 8 \cdot \overline{a3} = 754 \Leftrightarrow 4 \cdot \overline{a3} = 377, \text{ nu convine.}$$

$$c = 8 \text{ implică } 8 \cdot \overline{a3} + 10 = 38 \cdot 28 = 1064, \text{ nu convine.} \dots \dots \dots (1p)$$

Dacă  $b = 2$ , egalitatea (1) devine  $8 \cdot \overline{a2} + c + 2 = \overline{2c} \cdot \overline{1c}$ , care nu are loc, oricare ar fi cifra  $c$ .  $\dots \dots \dots (1p)$

Dacă  $b = 1$ , egalitatea (1) devine  $8 \cdot \overline{a1} + c + 2 = \overline{1c} \cdot c$ , de unde se obține  $c = 6$  și  $a = 1$ .  $\dots \dots \dots (1p)$

Deci  $a = 1; b = 1; c = 6$ .